



Objectifs

1. Reconstruire et caractériser géométriquement la trajectoire d'un point mobile à partir d'une acquisition vidéo.
2. Déterminer la position angulaire d'un mobile en mouvement de rotation et exploiter les outils numériques associés.
3. Déterminer les principales grandeurs cinématiques d'un mouvement de rotation.
4. Valider expérimentalement le modèle du mouvement circulaire uniforme à partir des données acquises.



Durée et niveau de difficulté

Préparation : 20 minutes

Exécution : 60 minutes

Difficulté



Matériel

Désignation	Qté	Référence
Banc d'étude de la rotation	1	322210
Pack caméra didactique + logiciel Cinéris	1	577010



Principe

Cette expérience vise à étudier le mouvement de rotation d'un point matériel fixé sur un bras rotatif à l'aide d'une analyse vidéo. Comment déterminer expérimentalement les paramètres géométriques (centre de rotation, rayon) et cinématiques (position angulaire, vitesse angulaire, vitesse tangentielle) du mouvement ? Dans quelle mesure les résultats obtenus permettent-ils de valider le modèle du mouvement circulaire uniforme ?



Montage



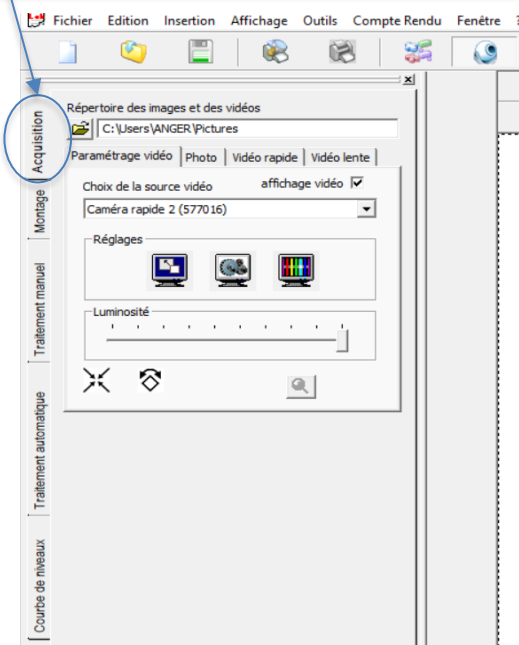
- ☐ Disposer trois marqueurs adhésifs de même couleur de manière à matérialiser l'origine du repère ainsi que les extrémités des axes des abscisses et des ordonnées.
- ☐ Mesurer et noter les distances entre l'origine du repère et les extrémités de chacun des axes. Ces longueurs serviront à l'étalonnage spatial des images.
- ☐ Fixer un marqueur adhésif de couleur différente sur le bras rotatif afin de matérialiser le point matériel étudié.
- ☐ Mettre le bras rotatif en mouvement.
- ☐ Réaliser l'acquisition vidéo à l'aide de la caméra didactique et du logiciel Cinéris.



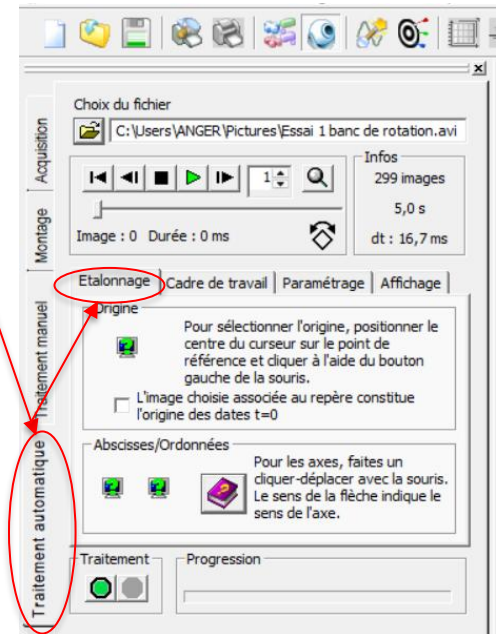


Prise en main logiciel

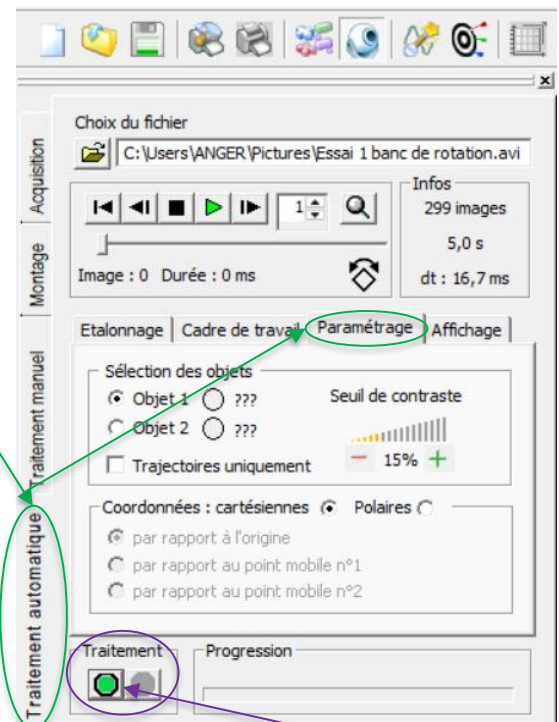
1) Après avoir lancé le logiciel Cinéris, ouvrir l'onglet «Acquisition», puis sélectionner « Caméra vidéo ». Choisir ensuite la source d'acquisition correspondant à la caméra utilisée (Caméra Rapide : régler les paramètres). Enfin, cliquer sur l'icône de la caméra afin d'afficher



2) Ouvrir l'onglet « Traitement automatique », puis sélectionner « Étalonnage ». Réaliser ensuite l'étalonnage spatial du système en suivant les instructions affichées par le logiciel



3) Toujours dans l'onglet « Traitement automatique », sélectionner « Paramétrage », puis définir l'objet (**le point matériel**) à suivre en suivant les instructions affichées par le logiciel.



4) Cliquer sur « Traitement » afin de lancer l'analyse de la vidéo et d'obtenir les coordonnées X et Y du point matériel en fonction du temps





Exploitation & Résultats

Partie A : Reconstruction géométrique du mouvement**A.1 Reconstruction expérimentale de la trajectoire**

À partir des données issues du logiciel Cinéris :

- Reporter sous Excel les données de temps t ainsi que les coordonnées du point mobile $M(X,Y)$.
- Réaliser sous Excel la représentation graphique de la trajectoire du point mobile en traçant la courbe $Y=f(X)$

A.2 Détermination expérimentale du centre de rotation

À partir des données sous Excel :

- Déterminer les valeurs maximales et minimums des coordonnées X et Y .
- En déduire les coordonnées estimées du centre du mouvement, noté C : $X_C = \frac{X_{max}+X_{min}}{2}$ et $Y_C = \frac{Y_{max}+Y_{min}}{2}$

Le point $C (X_C ; Y_C)$ sera considéré comme le centre de rotation du mouvement.

A.3 Détermination du rayon

Pour chaque position du point mobile $M (X,Y)$, calculer sa distance au centre de rotation $C (X_C ; Y_C)$ $R_i = \sqrt{\frac{(X_i - X_C)^2 + (Y_i - Y_C)^2}{2}}$

Déterminer sous Excel : _ Le rayon moyen : R_{moy}

_L'écart-type : σ_R

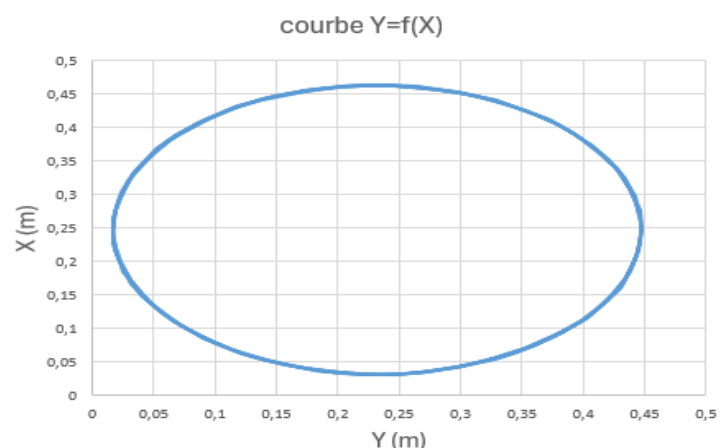
_L'incertitude-type : $u(R) = \frac{\sigma_R}{\sqrt{N}}$

Vérification : Comparer le rayon moyen obtenu sous Excel à la distance mesurée entre l'axe de rotation et le point matériel à l'aide d'une règle graduée. Commenter les éventuels écarts observés.

avec N = Positions instantanées du point matériel $M(X, Y)$ déterminées par l'ensemble caméra et logiciel Cinéris

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3								
4	t	X	Y	rayon (R)	R_{moy}	σ_R		
5	s	m	m	m	m	0,0049538		
6	0	0,399	0,112	0,21001488	0,2150968			
7	0,016	0,379	0,091	0,20895753				
8	0,033	0,351	0,07	0,20722512				
9	0,049	0,319	0,052	0,20694504				
10	0,066	0,294	0,041	0,20828646	U_R			
11	0,082	0,258	0,034	0,20757228	0,0002841			
12	0,098	0,222	0,032	0,20826486				
13	0,115	0,193	0,035	0,20877081				
14	0,131	0,157	0,046	0,20817361				
15	0,148	0,129	0,058	0,20937108				
16	0,164	0,101	0,076	0,21021001				
17	0,18	0,074	0,102	0,21015768				
18	0,197	0,055	0,125	0,21149764				
19	0,213	0,037	0,156	0,21278217				
20	0,23	0,025	0,191	0,21320706				
21	0,246	0,018	0,219	0,21552552				
22	0,262	0,017	0,256	0,21609315				
23	0,279	0,021	0,289	0,21710193				

Détermination du centre de rotation et du Rayon R					
X_C	X_{min}	X_{max}	Y_{min}	Y_{max}	Y_C
0,2325	0,017	0,448	0,032	0,463	0,24





Partie B : Analyse cinématique du mouvement de rotation

B.1 Détermination de la position angulaire

Le point matériel M (X,Y) tourne autour du centre C (X_C ; Y_C) la position angulaire correspond à l'angle que forme le vecteur $\overrightarrow{CM}$ avec l'axe horizontal du repère. Dans le triangle rectangle associé, on a : $\tan(\theta) = \frac{Y-Y_C}{X-X_C} \rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{Y-Y_C}{X-X_C}\right)$; avec θ qui correspond à la position angulaire.

Remarque : La fonction arctangente seule ne permettant pas d'identifier correctement les quatre quadrants du cercle, on utilise sous Excel la fonction : **ATAN2 (Y-Yc ; X-Xc)** qui fournit directement la position angulaire en radians.

Déterminer la position angulaire associée à chacune des positions du point matériel M (X,Y).

B.2 Conversion des radians en degré

Convertir les positions angulaires obtenues en degrés : les valeurs sont alors comprises entre -180° et $+180^\circ$

B.3 Conversion des angles négatifs en angles positifs

Transformer les angles négatifs en positifs par la formule $\theta_{\text{positif}} = \theta_{\text{négatif}} + 360^\circ$, afin d'obtenir des positions angulaires comprises entre 0° et 360° . Exemple : $-90^\circ + 360^\circ = 270^\circ$

Vérification : Comparer les valeurs obtenues avec quelques images extraites de la vidéo.

B.4 Dépliage angulaire

Lors du passage d'un tour au suivant (par exemple $358^\circ \rightarrow 1^\circ$), la position angulaire est dépliée en ajoutant $360^\circ \times N$, où N représente le nombre de tours complets déjà effectués : $\theta_d = \theta_{\text{positif}} + (360^\circ \times N)$. L'objectif est d'obtenir une position angulaire continue depuis le début de l'expérience.

J	K	L	M
θ	$\theta_{\text{positif et négatif}}$	θ_{positif}	θ_d
rad	deg	deg	deg
2,2262	127,551958	127,552	127,552
2,3647	135,4847243	135,4847	135,4847
2,5328	145,1212348	145,1212	145,1212
2,7104	155,2925392	155,2925	155,2925
2,8419	162,8264856	162,8265	162,8265
3,0184	172,9434578	172,9435	172,9435
-3,0912	-177,1101181	182,8899	182,8899
-2,9512	-169,0937418	190,9063	190,9063
-2,7705	-158,7352436	201,2648	201,2648
-0,27	-15,46911806	344,5309	344,5309
-0,1055	-6,042590819	353,9574	353,9574
0,0202	1,156035962	1,156036	361,156
0,1881	10,7782591	10,77826	370,7783
0,3367	19,29004622	19,29005	379,29

**Données de conversion
des positions angulaires**

θ





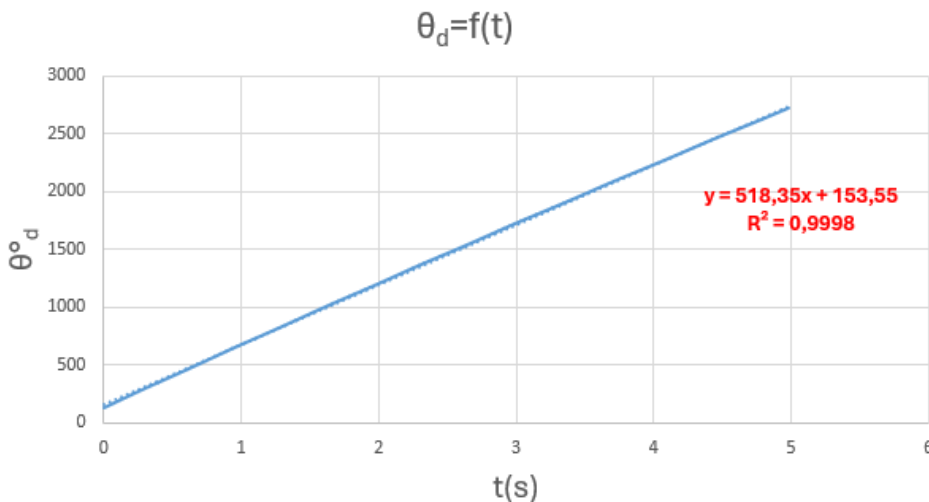
B.5 Étude de la loi horaire et détermination des grandeurs cinématiques

_ Tracer sous Excel : $\theta_d = f(t)$

_ Ajouter une régression linéaire et afficher : R^2

_ À partir de la représentation graphique $\theta_d = f(t)$ et de la régression linéaire obtenue sous Excel : $\theta_d(t) = \omega t + \theta_0$

Déterminer : la vitesse angulaire ω ; la vitesse angulaire en rad/s ; et la vitesse tangentielle : $v = R_{\text{moy}} \times \omega$ (Avec R_{moy} le rayon moyen déterminé dans la partie A et ω exprimée en rad/s)



Interprétation: $R^2 \approx 1$, la relation est bien linéaire et cela signifie que $\omega = \text{constante}$. Du coup, le mouvement est donc uniforme

- ❖ La vitesse angulaire $\omega = 518,35 \text{ } ^\circ/\text{s}$
- ❖ La vitesse angulaire en rad/s : $\omega = 518,35 \times \frac{\pi}{180} \approx 9,05 \text{ rad/s}$
- ❖ La vitesse tangentielle : $v = 0,215 \times 9,05 = 1,95 \text{ m/s}$



Conclusion

Ce TP a permis d'étudier expérimentalement le mouvement de rotation d'un point matériel M(X, Y) à partir d'une analyse vidéo. Les résultats obtenus ont permis de reconstruire la trajectoire du point mobile, de déterminer le centre de rotation ainsi que le rayon du mouvement et de confirmer son caractère circulaire. L'exploitation de la position angulaire a conduit à la détermination de la vitesse angulaire et de la vitesse tangentielle, mettant en évidence les caractéristiques d'un mouvement circulaire uniforme. Enfin, l'analyse des incertitudes a permis d'évaluer la fiabilité des mesures réalisées et de valider la démarche expérimentale mise en œuvre.

